ZESTAW ZADAŃ POWTÓRKOWYCH
Z MATEMATYKI
DLA ÓSMOKLASISTÓW
Z ODPOWIEDZIAMI

CZĘŚĆ II
OBLICZENIA PRAKTYCZNE

Opracowanie:
Małgorzata Dropińska
Małgorzata Frackowiak
Marek Kiestrzyn
Jacek Lida
Grażyna Łaznowska
Joanna Piłka
Justyna Prud
Karolina Sobczyk
Dorota Wnuk
Sławomir Wojtasik

Zestaw został opracowany w ramach sieci samokształcenia i współpracy nauczycieli

Refleksyjny matematyk w szkole podstawowej

Opieka merytoryczna i skład: Justyna Prud

VI. Obliczenia praktyczne

Zadanie 1(0-1)

Działki pana Piotra i pana Andrzeja mają równe obwody. Działka pana Piotra ma kształt prostokąta o wymiarach $0{,}084\ km$ i $450\ dm$, zaś działka pana Andrzeja jest w kształcie kwadratu.

Jakie wymiary ma działka pana Andrzeja? Wybierz właściwą odpowiedź.

A. $42{,}5\ m \times 42{,}5\ m$
B. $32{,}5\ m \times 32{,}5\ m$
C. $22{,}5\ m \times 22{,}5\ m$
D. $64{,}5\ m \times 64{,}5\ m$

Odp. D

Przykładowe rozwiązanie:

Wymiary działki wyrażamy w metrach
$0{,}084\ km = 84\ m$
$450\ dm = 45\ m$
Obliczamy obwód działki pana Piotra
$Ob = 2 \cdot 84 + 2 \cdot 45 = 258\ m$
Obliczmy wymiary działki pana Andrzeja
$258\ m : 4 = 64{,}5\ m$

Zadanie (0-2)

Rzeczywiste wymiary boiska do piłki ręcznej wynoszą $40\ m$ na $20\ m$.

Oblicz pole boiska na planie sporządzonym w skali $1: 2500$. Zapisz obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie:

Skala $1: 2500 \quad 1\ cm - 25\ m$
Zamieniamy jednostki:
$1\ m = 100\ cm$
$40\ m = 4000\ cm$
$20\ m = 2000\ cm$
Obliczamy wymiary boiska na mapie:
$4000\ cm: 2500 = 1{,}6\ cm$
$2000\ cm : 2500 = 0{,}8\ cm$
Obliczamy pole powierzchni boiska:
$P = 1{,}6\ cm \cdot 0{,}8\ cm = 1{,}28\ cm^2$

Schemat punktowania:

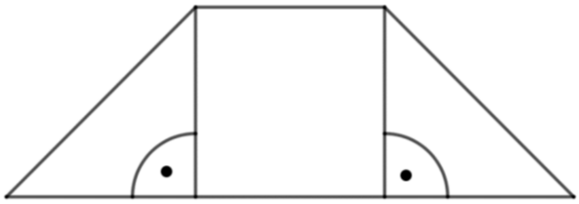
2 punkty – pełne rozwiązanie
- poprawne rozwiązanie oraz zapisanie odpowiedzi: Pole boiska jest równe $1{,}28\ cm^2$

1 punkt
- zapisanie poprawnej metody obliczenia wymiarów boiska na mapie

0 punktów
- rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Zadanie 3 (0-1)

Łąka należąca do Zająca Kazika jest w kształcie trapezu równoramiennego. Można ją podzielić na dwa trójkąty prostokątne równoramienne o przyprostokątnych równych $50\ m$ oraz kwadrat o boku $50\ m$ jak na rysunku poniżej.



Oceń prawdziwość zadań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe albo F albo F – jest fałszywe.

Pole łąki Zająca Kazika wynosi $2500\ m^2$	**P**	**F**
Obwód tej łąki jest większy od $340\ m$	**P**	**F**

Odp. FP

Zadanie 4(0-1) CKE

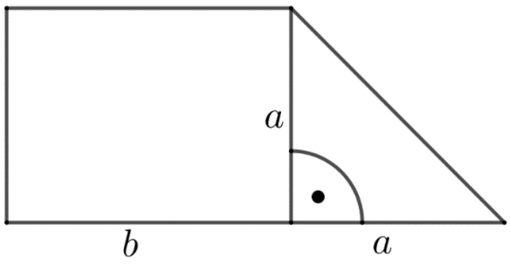
Sześcian drewniany, którego wszystkie ściany pomalowano na czerwono, podzielono na 8 kostek o jednakowej objętości.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Każda kostka ma 3 czerwone ściany.	**P**	**F**
Kostki można zestawić w sześcian tak, aby żadna jego ściana nie była czerwona.	**P**	**F**

Odp. PP

Zadanie 6(0-2)



Do prostokątnej działki przylega działka w kształcie trójkąta prostokątnego równoramiennego o polu $128\ m^2$ jak na rysunku obok. Całość tworzy trapez prostokątny o polu $480\ m^2$.

Oblicz, ile należy zakupić siatki do ogrodzenia prostokątnej części działki? Zapisz obliczenia.

<u>Przykładowe rozwiązanie:</u>

Pole trójkąta równoramiennego jest równe: $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a$

Zatem $128 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a$, więc $a = 16\ m$

Pole trapezu jest równe: $P = \frac{(a+2b)}{2} \cdot a$, czyli $480 = \frac{(16+2b)}{2} \cdot 16$

Zatem $480 = (16 + 2b) \cdot 8 /: 8$

$60 = 16 + 2b$

$b = 22\ m$

Odp. Do ogrodzenia prostokątnej części działki potrzeba:

$2 \cdot 16 + 2 \cdot 22 = 32 + 44 = 76\ m$ siatki

Schemat punktowania:

2 punkty – pełne rozwiązanie
- poprawne rozwiązanie oraz zapisanie odpowiedzi: Należy kupić $76\ m$ siatki.

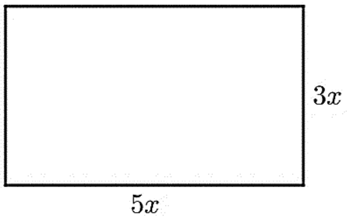
1 punkt
- obliczenia długości przyprostokątnych trójkąta: $16\ m$

0 punktów
- rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Zadanie 7(0-2)

Stosunek długości boków prostokątnej działki wynosi $3 : 5$, jej obwód jest równy $192\ m$.

Oblicz, ile arów powierzchni zajmuje ta działka? Zapisz obliczenia.



Przykładowe rozwiązanie:

$2 \cdot 3x + 2 \cdot 5x = 192$

$x = 12\ m$

Pole działki jest równe: $P = 36 \cdot 60 = 2160\ m^2 = 21{,}6\ a$

Schemat punktowania:

2 punkty – pełne rozwiązanie
- poprawne obliczenie wymiarów oraz zapisanie odpowiedzi w arach: $P = 21{,}6\ a$

1 punkt
- poprawne zastosowanie podziału proporcjonalnego do wyznaczenia wymiarów działki

0 punktów
- rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Zadanie 8(0-1)

Trasa, którą codziennie w ciągu godzinnego spaceru pokonuje pani Hania, ma długość $5\ km$. Pani Hania przeszła już 80% tej trasy.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz C i D.

Pani Hania przeszła już	A / B	A. $4\ km$	B. $1\ km$
Do końca spaceru zostało jej jeszcze	C / D	C. $12\ minut$	D. $20\ minut$

Odp. A/C

Zadanie 9(0-1)

Trzech kolegów Jaś, Staś i Filip wyruszyło rowerami w tym samym momencie w trasę liczącą $60\ km$. Jaś pokonał całą trasę w 3 godziny i 15 minut, Staś przejechał tę trasę ze średnią prędkością $15\ \frac{km}{h}$, a Filip – z prędkością $5\ \frac{m}{s}$.

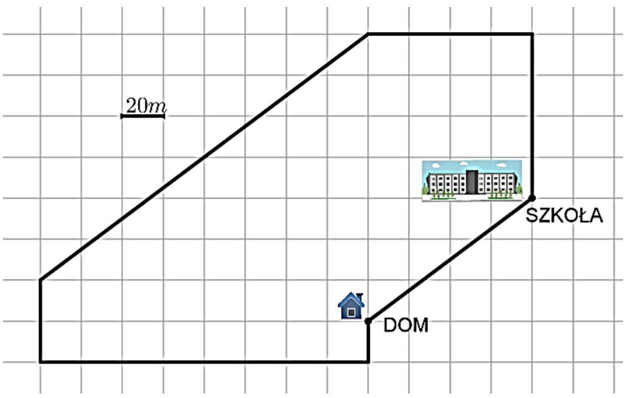
Czy prawdą jest, że najszybciej pokonał tę trasę Filip? Wybierz odpowiedź T (tak) albo N (nie) i jej uzasadnienie spośród zdań oznaczonych literami A., B. albo C.

T	tak	ponieważ	**A.**	Filip przyjechał później niż Jaś.
			B.	Filip przejechał tę trasę szybciej niż Staś.
N	nie		**C.**	Wszyscy chłopcy jechali z jednakową prędkością.

Odp. N/A

Zadanie 10(0-3)

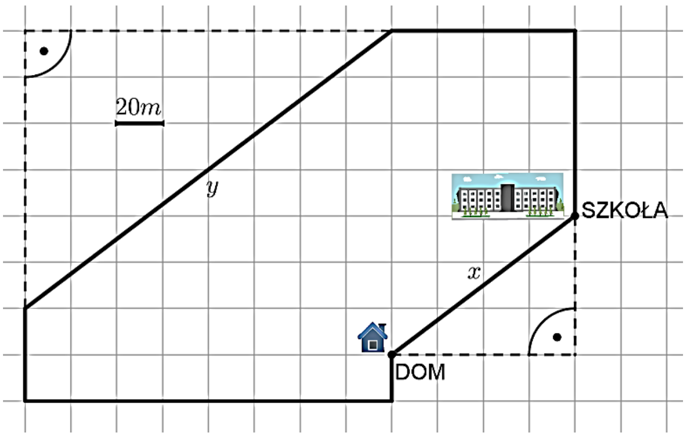
Siostry Ola i Jola codziennie pieszo chodzą najkrótszą drogą do szkoły ze średnią prędkością $3\ km/h$. Schemat drogi przedstawia zamieszczony obok rysunek. Jola postanowiła, że pojedzie do szkoły dłuższą trasą rowerem.



Z jaką średnią prędkością powinna jechać Jola, by wyruszając w tym samym czasie co siostra pieszo, równocześnie dotarły do szkoły? Zapisz obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie:

Droga pokonywana pieszo:
x – długość odcinka na rysunku
$3^2 + 4^2 = x^2$
$x^2 = 9 + 16 = 25$
$x = 5$
Każda kratka ma bok długości $20\ m$,
stąd droga do szkoły ma długość $100\ m$.
Przy prędkości $3\ km/h$, droga do szkoły zajmuje 2 minuty.
$3000m - 60\ minut\ /:10$
$300m\ - 6\ minut\ /:3$
$100m\ - 2\ minuty$



Droga pokonywana rowerem:
$6^2 + 8^2 = y^2$
$y^2 = 36 + 64 = 100$
$y = 10$

Długość trasy rowerem na rysunku: $1 + 8 + 2 + 10 + 4 + 4 = 29$ „kratek”.
Rzeczywista droga pokonana rowerem ma długość $580\ m$.
$580\ m - 2\ minuty\ / \cdot 30$
$17400\ m - 60\ minut$
Stąd średnia prędkość powinna wynosić $17{,}4\ km/h$.

Schemat punktowania:
3 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób wyznaczenia średniej prędkości z jaką powinna jechać Jola, prawidłowe obliczenia oraz prawidłowy wynik: $17{,}4\ km/h$

2 punkty

- poprawne wyznaczenie długości obu tras z domu do szkoły: piesza – $100\ m$, rowerem – $580\ m$

1 punkt

- poprawne wyznaczenie długości najkrótszej drogi z domu do szkoły: $100\ m$

lub

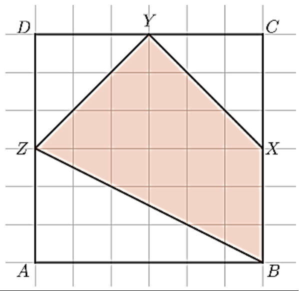
- poprawne wyznaczenie długości trasy przejazdu rowerem: $580\ m$

0 punktów

- rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Zadanie 11(0-1)

Punkty X, Y, Z są środkami boków BC, CD, DA kwadratu $ABCD$.



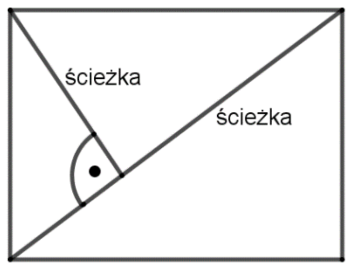
Korzystając z rysunku i powyższych informacji, oceń prawdziwość poniższych zdań. Wybierz P- jeśli zdanie jest prawdziwe lub F- jeśli zdanie jest fałszywe.

Pole trójkąta ABZ stanowi $\frac{1}{4}$ powierzchni kwadratu $ABCD$.	**P**	**F**
Pole czworokąta $BXYZ$ i niezacieniowanej części kwadratu są równe.	**P**	**F**

Odp. PP

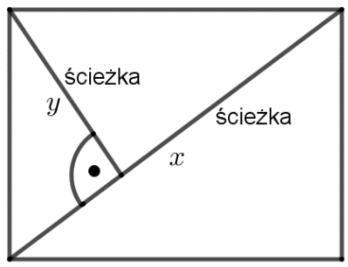
Zadanie 12(0-3)

Ogródek ma kształt prostokąta o wymiarach $9\ m\ x\ 12\ m$. Poprowadzono w nim dwie ścieżki prostopadłe względem siebie jak na rysunku obok.



Oblicz długość krótszej z nich. Zapisz obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie:



x- długość dłuższej ścieżki, która dzieli ogródek na dwie równe części
$9^2 + 12^2 = x^2$
$x^2 = 81 + 144 = 225$
$x = 15\ m$
Pole prostokąta: $P = 12\ m \cdot 9\ m = 108\ m^2$
Pole trójkąta prostokątnego w którym podstawa jest dłuższą ścieżką - x, a wysokość prostopadła do niej krótszą ścieżką -y jest połową pola prostokątnego ogródka.
Pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}x \cdot y = \frac{1}{2} \cdot 108 = 54\ m^2$

$$\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot y = 54$$

$$y = \frac{108}{15}\ m = \frac{36}{5}\ m = 7{,}2\ m$$

Odp. Długość krótszej ścieżki wynosi $7{,}2\ m$.

Schemat punktowania: jak na egzaminie

3 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób wyznaczenia długości krótszej ścieżki, prawidłowe obliczenia oraz poprawny wynik: $7{,}2\ m$

2 punkty

- poprawny sposób wyznaczenia długości krótszej ścieżki np. przez poprawne zapisanie wyrażenia porównującego połowę pola prostokąta z polem trójkąta, którego podstawą jest dłuższa, a wysokością krótsza ścieżka: $\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot y = 54$

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia długości dłuższej ścieżki albo ustalenie bez obliczeń długości przekątnej: $x = 15\ m$

lub

- poprawny sposób wyznaczenia pola trójkąta o podstawie długości x i wysokości y, czyli zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego albo poprawne ustalenie wielkości pola trójkąta: $54\ m^2$

0 punktów

- rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Zadanie 13(0-1)

Przekątne rombu mają długości $24\ m$ i $32\ m$.

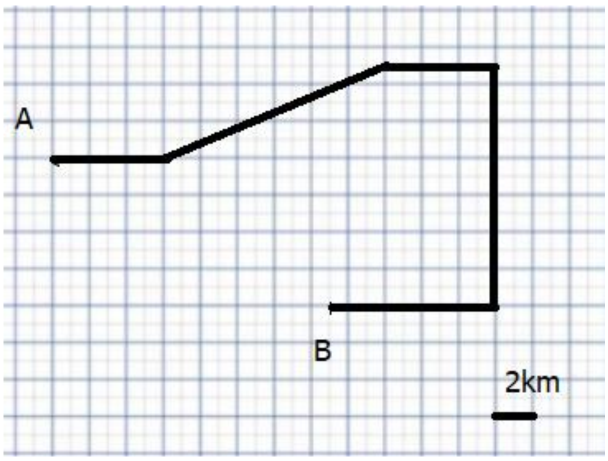
Ile wynosi obwód tego rombu? Wybierz właściwą odpowiedź.

A. $20\ m$ B. $20\ m^2$ C. $80\ m$ D. $80\ m^2$

Odp. C

Informacja do zadań 14 i 15

Koledzy Mateusza wzięli udział w wyścigu kolarskim z miejscowości A do miejscowości B, którego trasa przedstawiona jest na mapie obok. Wyścig rozpoczął się o godzinie $9{:}00$, a ostatni z kolegów minął linię mety o godzinie $10{:}15$. Mateusz postanowił dostarczyć kolegom prowiant do punktu B za pomocą drona, żeby mogli się na końcu wyścigu posilić. Dron rozwija na trasie średnią prędkość ok. $68\ km/h$. Po pozostawieniu pożywienia w miejscowości B dron wrócił natychmiast do miejscowości A.



Zadanie 14(0-1)

Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

Kolarze podczas wyścigu z miejscowości A do B przejechali łącznie | A | B |

A. $23{,}5\ km$ B. $47\ km$

Ostatni z kolegów Mateusza rozwinął na trasie wyścigu średnią prędkość | C | D |

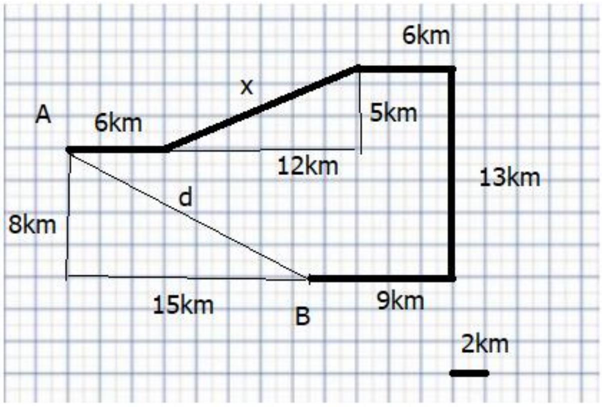
C. około $38\ km/h$ D. dokładnie $18{,}8\ km/h$

Odp. B/C

Zadanie 15(0-2)

Oblicz czas przelotu drona z miejscowości A do B i z powrotem wg informacji powyżej. Pamiętaj , że dron jako statek powietrzny nie korzysta z drogi lądowej. Zapisz obliczenia

Przykładowe rozwiązanie:



Odległość d miejscowości A do B zgodnie ze skalą zaznaczoną na mapie:

$$82 + 152 = d^2$$
$$d^2 = 225 + 64$$
$$d = 17km,$$

Cała droga, którą pokonał dron:

$$2 \cdot 17 = 34\ km$$

Czas przelotu drona:

$$68 = \frac{34}{t}\ /\cdot t$$
$$68t = 34/:68$$
$$t = 0{,}5\ h$$

Odp. Czas przelotu drona to $0{,}5\ h$.

Schemat punktowania:

2 punkty – pełne rozwiązanie
- poprawny sposób obliczenia czasu przelotu drona, prawidłowe obliczenia oraz poprawny wynik: $0{,}5\ h$

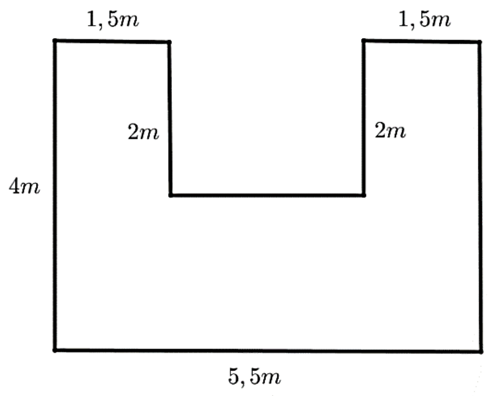
1 punkt
- poprawny sposób obliczenia odległości z A do B, prawidłowe obliczenia oraz poprawny wynik: $34\ km$

0 punktów
- rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Zadanie 16(0-2)

Na rysunku przedstawiono kształt i wymiary trawnika. Na każdy metr kwadratowy powierzchni na tym terenie spadło w ciągu roku 280 litrów deszczu.

Ile litrów deszczu spadło na powierzchnię tego trawnika w ciągu roku? Zapisz obliczenia.



Przykładowe rozwiązanie:

Pole powierzchni trawnika:

$$P = 5{,}5 \cdot 4 - 2 \cdot (5{,}5 - 3) = 22 - 5 = 17\ m^2$$

Objętość deszczu, który spadł na trawnik w ciągu roku:

$$V = 280\ \frac{l}{m^2} \cdot 17\ m^2 = 4760\ l$$

Schemat punktowania:
2 punkty – pełne rozwiązanie
- poprawny sposób, prawidłowe obliczenia oraz poprawny wynik: $4760\ l$ deszczu

1 punkt
- zapisanie poprawnego wyrażenia opisującego pole trawnika lub podanie pola trawnika: $17\ m^2$

0 punktów
- rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Zadanie 17(0-2)

Drewniana podłoga w klasie jest prostokątem o wymiarach $6{,}5\ m$ i $9\ m$. Jedna puszka lakieru do malowania podłogi kosztuje $15{,}20\ zł$ i wystarcza na pomalowanie $10\ m^2$.

Oblicz, jaki będzie koszt zakupu lakieru do pomalowania podłogi w klasie.

Zapisz obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie:

Pole powierzchni podłogi: $P = 6{,}5 \cdot 9 = 58{,}5\ m^2$

Należy kupić 6 puszek farby, bo: $58{,}5 : 10 = 5{,}85 \approx 6$

Cena zakupu farby: $15{,}20 \cdot 6 = 91{,}2\ zł$

Odp. Koszt zakupu lakieru do pomalowania podłogi w klasie to $91{,}20\ zł$.

Schemat punktowania:

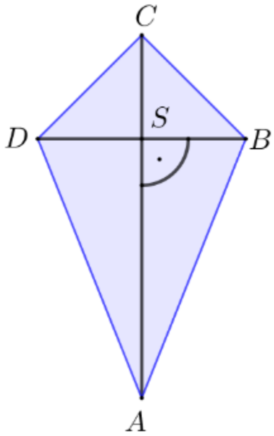
2 punkty – pełne rozwiązanie
- poprawny sposób, prawidłowe obliczenia oraz poprawny wynik: $91{,}20\ zł$

1 punkt
- poprawny sposób oraz prawidłowe obliczenia pola powierzchni podłogi: $58{,}5\ m^2$

0 punktów
- rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Zadanie 18

Do wykonania latawca w kształcie deltoidu musimy przygotować dwie listewki, przy czym jedna jest o $\frac{1}{3}$ krótsza od drugiej.
Na wysokości jednej trzeciej dłuższej listewki AC pod kątem prostym mocujemy środek krótszej listewki BD jak na rysunku obok, a następnie łączymy sznurkiem końce listewek A, B, C i D.
Przygotowaną konstrukcję oklejamy cienkim papierem lub bibułą.
Na koniec doczepiamy w punkcie A trzymetrowy ogon i mocujemy sznurek w punkcie S.



Zadanie 18.1* (0-3)

Ksawery chce zrobić latawiec z materiałów dostępnych w domu. Znalazł w domu dwie listewki i sznurek o długości $150\ cm$.

Jaką długość będzie miała krótsza listewka BD, jeżeli dłuższa AC będzie miała długość $60\ cm$? Czy $150\ cm$ sznurka wystarczy do połączenia punktów A, B, C i D? Zapisz obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie:

Krótsza listewka BD będzie miała długość $|BD| = 60 - \frac{1}{3} \cdot 60 = 40\ cm$.

Stąd: $|BS| = |DS.| = |CS| = 20\ cm$

Z twierdzenia Pitagorasa w trójkącie BCS: $20^2 + 20^2 = |BC|^2$

$$|BC| = \sqrt{800} = 20\sqrt{2} \approx 28{,}2\ cm < 29\ cm$$

Z twierdzenia Pitagorasa w trójkącie ABS: $20^2 + 40^2 = |AB|^2$

$$|AB| = \sqrt{2000} \approx 44{,}6\ cm < 45\ cm$$

Długość sznurka do połączenia punktów A, B, C i D jest równa obwodowi latawca:

$$|AB| + |AD| + |BC| + |CD| = 2 \cdot |AB| + 2 \cdot |BC|$$

$$2 \cdot |AB| + 2 \cdot |BC| < 2 \cdot 29 + 2 \cdot 45 = 148\ cm < 150\ cm$$

Odp. Krótsza przekątna ma długość 40 cm. Sznurka wystarczy na połączenie punktów A, B, C i D.

Schemat punktowania:
3 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawne obliczenia oraz prawidłowe uzasadnienie, że $150\ cm$ sznurka wystarczy na połączenie punktów A, B, C i D

2 punkty

- poprawny sposób wyznaczenia obwodu latawca np. zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia dwóch boków deltoidu i zapisanie wyrażenia opisującego obwód deltoidu: $l = 2 \cdot |AB| + 2 \cdot |BC|$, $20^2 + 20^2 = |BC|^2, 20^2 + 40^2 = |AB|^2$

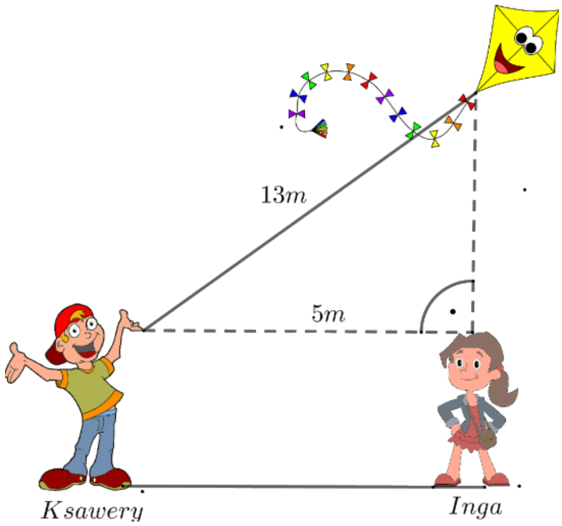
1 punkt

- ustalenie długości przekątnej BD: $40\ cm$ oraz poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do jednego z trójkątów: ABS lub BCS

0 punktów

- rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Zadanie 18.2 (0-2)



Ksawery i jego siostra Inga poszli wypróbować nowy latawiec. Ksawery przywiązał go do trzynastometrowego sznurka i puścił. Latawiec zawirował bezpośrednio nad głową Ingi, która stanęła w odległości $5\ m$ od brata, jak na rysunku obok.

Oblicz na jakiej wysokości nad ziemią znajduje się latawiec, jeżeli Inga ma $128\ cm$ wzrostu. Zapisz obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie:

Niech x oznacza odległość latawca od głowy Ingi. Z twierdzenia Pitagorasa w trójkącie prostokątnym: $5^2 + x^2 = 13^2$

$$x^2 = 169 - 25 = 144$$

$$x = 12\ m = 120\ cm$$

Odp. Latawiec znajduje się na wysokości: $h = 120\ cm + 128\ cm = 248\ cm$ nad ziemią.

Schemat punktowania:
2 punkty – pełne rozwiązanie
- poprawny sposób wyznaczenia wysokości latawca nad ziemią, prawidłowe obliczenia i poprawny wynik: $248\ cm$

1 punkt
- poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia odległości latawca od głowy Ingi, np. $5^2 + x^2 = 13^2$

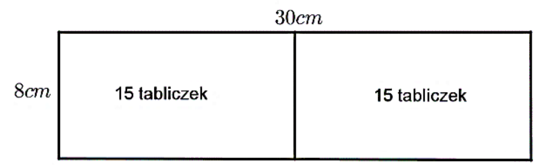
0 punktów
- rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Zadanie 19(0-2)

Tabliczka czekolady z orzechami ma wymiary $15\ cm\ x\ 8\ cm\ x\ 1\ cm$. Producent pakuje czekolady do pudełek prostopadłościennych o wymiarach $30\ cm\ x\ 15\ cm\ x\ 8\ cm$ albo $23\ cm\ x\ 16\ cm\ x\ 10{,}2\ cm$.

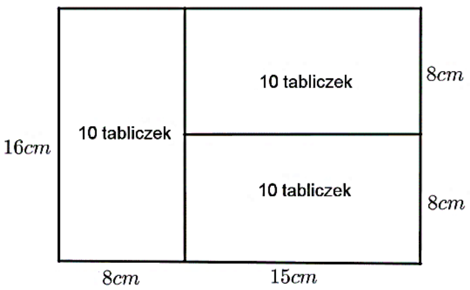
Do którego z pudełek zmieści się więcej tabliczek czekolady? Zapisz obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie graficzne:



Tabliczki czekolady układamy poziomo jedną na drugiej.

Wysokość pierwszego pudełka jest równa 15 cm, więc zmieści się w nim 30 czekolad.



Wysokość drugiego pudełka jest równa 10,2 cm, więc zmieści się w nim 30 czekolad.

W obydwu pudełkach mieści się 30 tabliczek czekolady z orzechami.

Schemat punktowania:
2 punkty – pełne rozwiązanie
- poprawne rozwiązanie oraz zapisanie odpowiedzi: w obydwu pudełkach zmieści się po 30 tabliczek czekolady

1 punkt
- poprawne obliczenie liczby czekolad w jednym z pudełek.

0 punktów
- rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.